ارزیابی مقایسه‌ای روش گشتاور خطی با روش‌های حداکثر درست‌نمایی و غیر پارامتری به‌منظور تحلیل فراوانی بارندگی در پنج ایستگاه ایران

سید سعید اسلامیان[1]، دانشیار دانشکده کشاورزی، دانشگاه صنعتی اصفهان
فرشاد فتحیان، دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس تهران
هادی حسن زاده، دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده کشاورزی، دانشگاه صنعتی اصفهان

دریافت مقاله: ۱۳۹۰/۰۶/۲۰ پذیرش مقاله: ۱۳۹۰/۱۲/۱۶

چکیده

برای تحلیل فراوانی بارندگی، می‌توان از دو روش پارامتری و غیر پارامتری استفاده کرد. روش‌های معمول و مرسوم تحلیل فراوانی براساس روش‌های پارامتری استوار هستند. معمولاً برای برآورد پارامترها در روش‌های پارامتری از روش‌های مختلفی نظیر گشتاورهای معمولی، حداکثر درست‌نمایی و گشتاورهای وزنی احتمال استفاده می‌شود. در این مقاله از روش حداکثر درست‌نمایی و روش جدید گشتاور خطی که حالت خاصی از روش گشتاورهای وزنی احتمال است، برای تحلیل فراوانی بارندگی استفاده شده است و نتایج حاصل از آن با روش غیر پارامتری توابع هسته نظیر نرمال، لوگ نرمال، مثلثی و مستطیلی بر روی بارندگی‌های ماهانه و سالانه پنج ایستگاه ایران شامل اصفهان، بوشهر، تهران، جاسک و مشهد مقایسه شده است، مقایسه شد. در این پژوهش بارندگی‌های ماهانه و سالانه با استفاده از روش گشتاور خطی و حداکثر درست‌نمایی، به سیزده تابع توزیع مختلف از جمله لجستیک، مقادیر حدی تعمیم یافته و غیره برازش یافتند. نتایج حاصل از تحلیل فراوانی بارندگی نشان داد، که روش گشتاور خطی در مقایسه با روش حداکثر درست‌نمایی دارای حداقل مقادیر متوسط انحراف نسبی و متوسط مربع انحراف نسبی بود، بهترین برازش را به داده‌های بارندگی‌های ماهانه و سالانه داشت. هم‌چنین، روش گشتاور خطی بهترین برازش را برای بارندگی سالانه بوشهر، جاسک و مشهد در مقایسه با روش غیرپارامتری هسته مستطیلی، مثلثی و نرمال داشت. بنابراین می‌توان از روش گشتاور خطی به‌عنوان روش مناسب برای تحلیل فراوانی پارامترهای دیگر نظیر سیلاب، خشک‌سالی و غیره در برنامه‌ریزی‌های مدیریت منابع آب و مهندسی هیدرولوژی استفاده کرد.

واژه‌های کلیدی: توابع هسته، گشتاور معمولی، گشتاور وزنی، لجستیک، نزولات

مقدمه

در علم هیدرولوژی، ریزش‌های جوی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار هستند و نقش مهمی را ایفا می‌کنند. بارندگی یکی از عوامل موثر در مطالعات اقلیمی، آب‌های زیرزمینی و مدیریت منابع آب به‌شمار می‌رود. اهمیت این موضوع بیش‌تر از آن‌جا مشخص می‌شود، که ایران دارای اقلیم خشک و نیمه‌خشک بوده و میانگین بارندگی سالانه آن ۲۵۰ میلی‌متر است، که در مقایسه با میانگین بارندگی جهان که ۸۵۰ میلی‌متر می‌باشد، میزان بارندگی ایران حدود ۱/۳ است. شناخت یک تابع توزیع احتمال مناسب، برای برازش به داده‌ها، مبنای اصلی محاسبات احتمال وقوع و دوره برگشت ریزش‌های جوی و سایر پدیده‌های مربوط به هیدرولوژی و مهندسی منابع آب است.

۱ نویسنده مسئول: prof.eslamian@gmail.com

از دیدگاه علم آمار، بارندگی متغیری تصادفی است که وقوع آن تابع قوانین احتمالات است. بنابراین تحلیل فراوانی یکی از وظایف ضروری در طراحی مهندسی هیدرولوژی است. بدین منظور یک توزیع آماری به‌مجموعه داده‌ها برازش داده می‌شوند. در عمل توزیع احتمال واقعی داده‌ها در یک مکان، مجهول است و با روش پارامتری ساختار تابع چگالی احتمال معلوم می‌شود و فقط باید پارامترها را با استفاده از داده‌ها برآورد نمود. برای تخمین پارامترها از روش‌های مختلفی استفاده می‌شود (اسلامیان و همکاران، ۱۳۸۴).

بعضی اوقات برآورد پارامترها از نمونه‌های کوچک با استفاده از روش گشتاور خطی، صحت بیش‌تری نسبت به برآوردهای حاصل از حداکثر درست‌نمایی دارد (Lanwehr و همکاران، ۱۹۷۹). هم‌چنین، در بعضی از حالات، نظیر توزیع‌های لاندای[1] متقارن و ویبل[2]، روابط ضمنی برای پارامترها با استفاده از گشتاورهای خطی به‌دست می‌آید که این مورد در روش‌های گشتاورها و حداکثر درست نمایی وجود ندارد. در روش گشتاور خطی (Hosking، ۱۹۸۶)، برآورد پارامترها، قابل مقایسه با برآوردهای حداکثر درست‌نمایی است و در بعضی از موارد، روش‌های برآورد آن پیچیدگی کم‌تری داشته و محاسبات ساده‌تری دارد. روش گشتاورهای وزنی احتمال (PWM^{3}) نیز وقتی که پارامتر شکل، کوچک‌تر از صفر باشد، کم‌ترین اریبی را دارد. Ahmad و همکاران (۱۹۸۸)، به‌وسیله داده‌هایی از اسکاتلند توزیع لگاریتمی لجستیک را با توزیع‌های GEV^{4}، $LN(3)^{5}$ و $P(3)^{6}$ مقایسه کردند. نتایج نشان داد که توزیع لگاریتمی لجستیک اجرای بهتری نسبت به دیگر توزیع‌ها دارد و از این جهت برای تحلیل‌های بعدی توصیه شد. گشتاورهای خطی و روش‌های ناپارامتری برای توزیع‌های مربوط به آن‌ها که غیر یک‌مُدی هستند، به‌وسیله Gingras و Adamowski (۱۹۹۲) با هم ترکیب شده و به‌کار برده شدند.

Gingras و همکاران (۱۹۹۴) با استفاده از داده‌های مورد استفاده سیلاب‌های حداکثر سالانه ۵۳ ایستگاه آب‌سنجی در نیوبرونزویک کانادا و روش گشتاورهای خطی، نشان دادند که داده‌ها از مقادیر حدی تعمیم یافته تبعیت می‌کنند. بر طبق پژوهش‌های Lall و همکاران (۱۹۹۳)، با افزایش اندازه نمونه، انتخاب روش پارامتری مناسب، آسان‌تر است و هم‌چنین، در این‌گونه نمونه‌ها پارامترهای برآورد شده توام با خطای کم‌تری هستند. Faucher و همکاران (۲۰۰۱) متذکر شده‌اند که کیفیت برآورد تابع چگالی با افزایش اندازه نمونه، بهبود می‌یابد. فیضی و اسلامیان (۱۳۸۴)، تحلیل فراوانی منطقه‌ای حداکثر بارش ماهانه را با استفاده از روش گشتاور خطی در ۱۸ ایستگاه حوضه زاینده‌رود مورد بررسی قرار دادند و مشاهده کردند که توابع توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته و پیرسون نوع سه، بهترین برازش را به‌داده‌های حداکثر بارش ماهانه دارند. حقیقت‌جو (۱۳۸۷) روش‌های غیرپارامتری را برای تحلیل فراوانی پنج ایستگاه قدیمی اصفهان، بوشهر، جاسک، تهران و مشهد انجام داده و نتایج را با روش گشتاور معمولی مقایسه کرد.

هدف از انجام این پژوهش، ارزیابی توابع توزیع احتمالی، توسعه و تعمیم روش‌های پارامتری برای تحلیل فراوانی بارندگی، مقایسه روش‌های پارامتری با روش‌های غیر پارامتری توابع هسته و بررسی تاثیر اندازه نمونه بر روی برازش توابع توزیع پارامتری برای پنج ایستگاه درازمدت ایران می‌باشد.

مواد و روش‌ها

داده‌های مورد استفاده مربوط به آمار بارندگی‌های ماهانه و سالانه پنج ایستگاه در ایران بود. ایستگاه‌های اصفهان، بوشهر، تهران، جاسک و مشهد مورد مطالعه قرار گرفت. آمارها از دو منبع مختلف، نشریه جهانی و سال‌نامه هواشناسی کل کشور اقتباس شدند. مشخصات این ایستگاه‌ها در جدول ۱ درج شده است.

[1] Landa
[2] Weibul
[3] Proability Weighted Moments
[4] Generalized Extreme Value
[5] Log Normal Type 3
[6] Pearson Type 3

جدول ۱- مشخصات جغرافیایی پنج ایستگاه مورد استفاده

ایستگاه	عرض جغرافیایی شمالی	طول جغرافیایی شمالی	ارتفاع از سطح دریا (متر)	تاریخ تاسیس	طول آمار (سال)
اصفهان	۳۲° ۳۷′	۵۱° ۴۰′	۱۵۵۰/۴	۱۸۹۳	۹۸
بوشهر	۲۸° ۵۹′	۵۰° ۵۰′	۱۹ /۶	۱۸۷۷	۱۱۳
تهران	۳۵° ۴۱′	۵۱° ۱۹′	۱۱۹۰/۸	۱۸۹۳	۹۴
جاسک	۲۵° ۳۸′	۵۷° ۴۶′	۴/۸	۱۸۹۳	۸۴
مشهد	۳۶° ۱۶′	۵۹° ۳۸′	۹۹۹/۲	۱۸۹۳	۹۸

از نقطه نظر علم آمار، بین بارندگی‌های کوتاه‌مدت و بارندگی‌های بلندمدت (ماهانه و سالانه) هم‌بستگی وجود دارد، بنابراین با داشتن مقادیر بارندگی‌های ماهانه و سالانه می‌توان بارندگی‌های کوتاه‌مدت را برآورد کرد. با توجه به در دست‌رس نبودن بارندگی‌های کوتاه‌مدت در دوره‌های طولانی، از آمار بلندمدت بارندگی‌های ماهانه و سالانه طی ۸۴ الی ۱۱۳ سال استفاده شد.

گشتاورهای وزنی احتمال و گشتاورهای خطی: گشتاورهای وزنی احتمال (PWM) به‌وسیله Greenvood و همکاران در سال ۱۹۷۹ به‌صورت معادله (۱) تعریف شده است (Hosking، ۱۹۸۶) و Hosking (۱۹۸۶) گشتاورهای خطی را معرفی کرد که توابعی از گشتاورهای وزنی احتمال می‌باشند. وقتی‌که p= 1 و r یا s معادل صفر باشند (p، r و s اعداد حقیقی هستند)، $M_{1,r,0}=\beta_r$ و $M_{1,0,s}=\alpha_s$ نسبت به x خطی بوده و تعمیم یافتگی کافی برای برآورد پارامتر خواهد داشت (Hosking، ۱۹۸۶). گشتاورهای خطی که به‌وسیله Hosking بر حسب گشتاورهای وزنی احتمال α و β مشخص شده‌اند، به‌صورت معادله‌های (۲) الی (۱۰) می‌باشد.

$$M(p,r,s)=E[X^{p}\ F^{r}\ (1-F)^{s}\ ]=\int_0^1 [X(F)]^{p}\ F^{r}\ (1-F)^{s}\ dF \qquad (۱)$$

$$\lambda_{r+1}=(-1)^{r}\sum_{k=0}^{r}P^{*}_{r,k}\alpha_k=\sum_{k=0}^{r}P^{*}_{r,k}\beta_k \qquad (۲)$$

$$P^{*}_{r,k}=(-1)^{r-k}\binom{r}{k}\binom{r+k}{k} \qquad (۳)$$

در این حالت،

$$\lambda_1=\alpha_0=\beta_0 \qquad (۴)$$

$$\lambda_2=\alpha_0-2\alpha_1=2\beta_1-\beta_0 \qquad (۵)$$

$$\lambda_3=\alpha_0-6\alpha_1+6\alpha_2=6\beta_2-6\beta_1+\beta_0 \qquad (۶)$$

$$\lambda_3=\alpha_0-12\alpha_1+30\alpha_2-20\alpha_3=20\beta_3-30\beta_2+12\beta_1-\beta_0 \qquad (۷)$$

$$\tau=\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \qquad (۸)$$

$$\tau_3=\frac{\lambda_3}{\lambda_2} \qquad (۹)$$

$$\tau_4=\frac{\lambda_4}{\lambda_2} \qquad (۱۰)$$

که در آن‌ها، α_s و β_r گشتاورهای sام و یا rام وزنی احتمال، λ_1 میانگین خطی داده‌ها، λ_2 انحراف معیار خطی داده‌ها، λ_3 گشتاور خطی سوم داده‌ها، λ_4 گشتاور خطی چهارم داده‌ها، τ معیار مقیاس و پراکنش خطی (LC_V)، τ_3 اندازه یا معیار چولگی خطی (LC_S) و τ_4 اندازه یا معیار کشیدگی خطی (LC_K) می‌باشد.

اساس انتخاب روش مناسب تحلیل فراوانی: اساس ارزیابی مقایسه‌ای برازنده‌ترین تابع توزیع و مناسب‌ترین روش تخمین پارامترها، آزمون نکویی برازش، متوسط انحراف نسبی و متوسط مربع انحراف نسبی می‌باشد. آزمون‌های متوسط انحراف نسبی[1] و متوسط مربع انحراف نسبی[2] از روابط زیر به‌دست آمده‌اند.

$$MSRD = \frac{1}{n}\sum\left(\frac{x_o - x_c}{x_o}\times 100\right)^2 \qquad (11)$$

$$MRD = \frac{1}{n}\sum\left(\frac{|x_o - x_c|}{x_o}\times 100\right) \qquad (12)$$

که در آن‌ها، x_c مقدار محاسبه شده از هر یک از توزیع‌ها، x_o مقدار مشاهده شده و n تعداد کل مشاهدات می‌باشد. بدیهی است که هر قدر مقادیر حاصل از روابط بالا در مورد یک توزیع کم‌تر باشد، نشان‌دهنده این است که توزیع برازش بهتری دارد و یا روش تخمین پارامتر مناسب‌تر می‌باشد (اسلامیان و سلطانی، ۱۳۸۴).

بررسی تاثیر اندازه نمونه بر روی برازش توابع توزیع پارامتری: برای بررسی تاثیر اندازه نمونه، داده‌های بارندگی سالانه پنج ایستگاه به‌صورت نمونه‌های ۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۷۵ سال اخیر (از سال ۲۰۰۴ میلادی به قبل) درآورده شده است. بهترین تابع برازش یافته به هر نمونه، با روش برآورد گشتاورخطی به‌دست آورده شده و چندک‌های برآورد شده به هر تابع توزیع برازش یافته، با داده‌های مشاهده شده پنج ایستگاه با تمام طول دوره آماری، مقایسه شده است.

برای مقایسه نمونه‌ها با تمام طول دوره آماری مربوط به هر ایستگاه از آزمون t استیودنت جفت شده در سطح اعتماد ۹۵ درصد استفاده شده است (اسلامیان و سلطانی، ۱۳۸۴).

نتایج و بحث

در جدول ۲ آماره‌های مهم بارندگی‌های سالانه ایستگاه‌ها در طول دوره آماری به همراه مقادیر حداقل و حداکثر مشاهده می‌شوند. زیرا در اغلب کارهای مهندسی، ارزش عملی مقادیر حدی و استثنایی (حداقل و حداکثر) بیش از اهمیت آماره‌های دیگر است. با توجه به این‌که غالباً مقادیر مذکور باعث ایجاد سیل و طغیان رودخانه‌ها و یا سبب خشک‌سالی می‌شوند و هم‌چنین در محاسبات مربوط به تاسیسات استحفاظی مورد استفاده قرار می‌گیرند، داده‌های بارندگی‌های ماهانه و سالانه هر پنج ایستگاه به ۱۳ تابع توزیع نرمال N، لوگ نرمال دو پارامتری LN(2)، لوگ نرمال سه پارامتری LN(3)، نمایی EXP، گامای دو پارامتری G(2)، پیرسون ۳ P(3)، لوگ پیرسون ۳ LP(3)، مقدار حدی تعمیم یافته GEV، مقدار حدی نوع یک یا گمبل EV1، ویبل Weibul، پارتو تعمیم یافته GPAR، لجستیک LOG و لجستیک تعمیم یافته GLOG، برازش داده شده‌اند (اسلامیان و سلطانی، ۱۳۸۱).

انتخاب بهترین توزیع براساس آزمون نکویی برازش مربع کای و کلموگروف–اسمیرنوف صورت گرفت. جداول ۳ و ۴ بهترین توابع برازش یافته با روش‌های برآورد حداکثر درست‌نمایی و گشتاور خطی را بیان می‌کنند. لازم به ذکر است که در تحلیل فراوانی بارندگی‌های ماهانه از تمامی مشاهداتی که صفر بوده‌اند، استفاده شده است، زیرا داده‌های صفر را در بین سال‌های آماری نمی‌توان حذف کرد. جداول ۵ و ۶ بهترین توابع توزیع برازش یافته به ایستگاه‌ها را با روش‌های برآورد حداکثر درست‌نمایی وگشتاور خطی، براساس آزمون نکویی برازش مربع کای و کلموگروف–اسمیرنوف بیان می‌کنند.

[1] Mean Relative Deviation
[2] Mean Square Relative Deviation

جدول ۲- آماره‌های اصلی بارندگی سالانه ایستگاه‌ها در طول دوره آماری (میلی‌متر)

ایستگاه	میانگین	حداقل	حداکثر	انحراف معیار	ضریب تغییرات	ضریب چولگی	ضریب کشیدگی	L-C_S	L-C_V	L-C_K
اصفهان	۱۱۴/۰۶	۳۱	۲۶۱	۴۶/۳۴	۰/ ۳۹	۰/۵۳	۰/۱۷۶	۰/۰۱	۰/۲۴	۰/۰۹
بوشهر	۲۶۱/۴۲	۲۷ /۴	۶۸۳ /۱	۱۲۰/۴	۰/ ۴۵	۰/۹۵	۱/۴۶	۰/۱	۰/۲۵	۰/۱۳
تهران	۲۳۴/۲۷	۱۰۹ /۲	۳۹۶ /۶	۶۴ /۶	۰/ ۲۸	۰/۲۸	-۰/۳۷	-۰/۰۲	۰/۱۵	۰/۰۶
جاسک	۱۲۵ /۷	۲	۵۳۳ /۲	۸۴/۰۹	۰/۶۷	۱/۴۷	۵ /۳۴	۰/۰۹	۰/۳۵	۰/۰۷
مشهد	۲۵۱/۶۲	۶۵ /۵	۴۲۸	۷۸/۹۳	۰/۳۱	۰/۲۶	-۰/۴۷	-۰/۰۲	۰/۱۸	۰/۰۷

جدول ۳- بهترین توزیع‌ها که با روش برآورد حداکثر درست‌نمایی به بارندگی‌های ماهانه برازش دارند

ایستگاه	ژانویه	فوریه	مارس	آوریل	مه	ژوئن	ژوییه	اوت	سپتامبر	اکتبر	نوامبر	دسامبر
اصفهان	پارتو.ت	نمایی	پارتو.ت	نمایی	--	--	--	--	--	--	--	نمایی
بوشهر	نمایی	نمایی	--	--	--	--	--	--	--	--	--	نمایی
تهران	لج. ت	لج.ت	ل.ن۳	لج.ت	نمایی	--	--	--	--	--	نمایی	ل.ن۳
جاسک	نمایی	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
مشهد	لج.ت	ح.ت	ح ۱	ح.ت	ح.ت	--	--	--	--	--	نمایی	ح.ت

پارتو.ت: پارتو تعمیم یافته، ل.ن ۳: لوگ نرمال ۳ پارامتری، ح.ت: مقادیر حدی تعمیم یافته، لج. ت: لجستیک تعمیم یافته، ح ۱: مقادیر حدی نوع یک یا گمبل، پ ۳: پیرسون نوع ۳ و --: داده صفر داشته و توزیعی برازش نیافته است.

جدول ۴- بهترین توزیع‌ها که با روش برآورد گشتاورخطی به بارندگی‌های ماهانه برازش دارند

ایستگاه	ژانویه	فوریه	مارس	آوریل	مه	ژوئن	ژوییه	اوت	سپتامبر	اکتبر	نوامبر	دسامبر
اصفهان	پ.۳	ح.ت	پارتو.ت	گ.۲	--	--	--	--	--	--	--	نمایی
بوشهر	گ.۲	ل.ن۳	ح.ت	--	--	--	--	--	--	--	--	ل.ن۳
تهران	ح.ت	گ.۲	گ.۲	ح.ت	ح.ت	--	--	--	--	--	ل.ن۳	پ.۳
جاسک	ح.ت	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
مشهد	ح ۱	لج.ت	گ.۲	ح ۱	ل.ن۳	--	--	--	--	--	ویبل	لج.ت

پارتو.ت: پارتو تعمیم یافته، ل.ن ۳: لوگ نرمال ۳ پارامتری، ح.ت: مقادیر حدی تعمیم یافته، لج. ت: لجستیک تعمیم یافته، ح ۱: مقادیر حدی نوع یک یا گمبل، گ ۲: گامای دو پارامتری، پ ۳: پیرسون نوع ۳ و --: داده صفر داشته و توزیعی برازش نیافته است.

جدول ۵- برازنده‌ترین توزیع‌های پارامتری به‌روش برآورد حداکثر درست‌نمایی بر بارندگی‌های سالانه

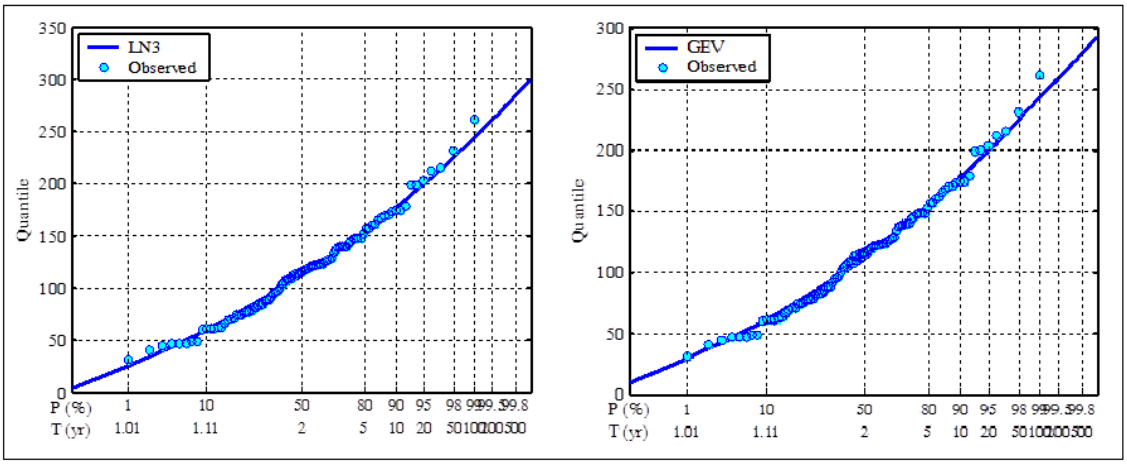
ایستگاه	توزیع مناسب
اصفهان	مقادیر حدی تعمیم یافته
بوشهر	پیرسون (۳)
تهران	مقادیر حدی تعمیم یافته
جاسک	لوگ نرمال سه پارامتری
مشهد	مقادیر حدی تعمیم یافته

شکل‌های ۱ تا ۵، حاصل تجزیه و تحلیل بارندگی‌های سالانه پنج ایستگاه با روش‌های برآورد حداکثر درست‌نمایی و گشتاورخطی می‌باشند. همان‌طور که در این شکل‌ها پیداست، از لحاظ چشمی نیز بهترین خط گذرنده از نقاط مشاهده شده، براساس برازش بهترین توابع توزیع احتمال ترسیم شده است و نتایج آن در زیر مشاهده می‌شود.

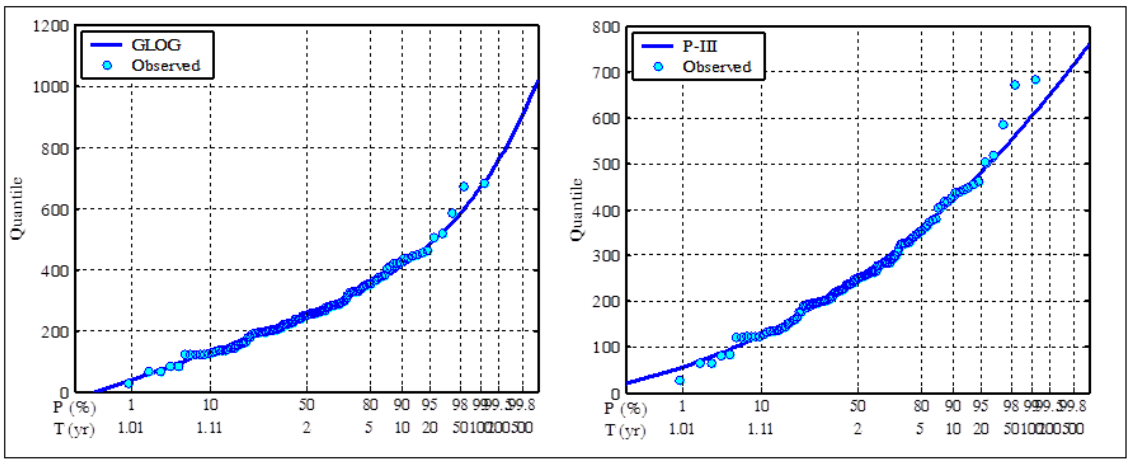
نتایج حاصل از ارزیابی مقایسه‌ای بین روش‌های حداکثر درست‌نمایی و گشتاور خطی براساس متوسط انحراف نسبی و متوسط مربع انحراف نسبی در جداول ۷ و ۸ ارائه شده است. طبق این جداول مناسب‌ترین روش برای تخمین پارامترها، روش برآورد گشتاور خطی می‌باشد، زیرا کم‌ترین مقدار متوسط انحراف نسبی و متوسط مربع انحراف نسبی را دارد.

جدول ۶- برازنده‌ترین توزیع‌های پارامتری به‌روش برآورد گشتاور خطی بر بارندگی‌های سالانه

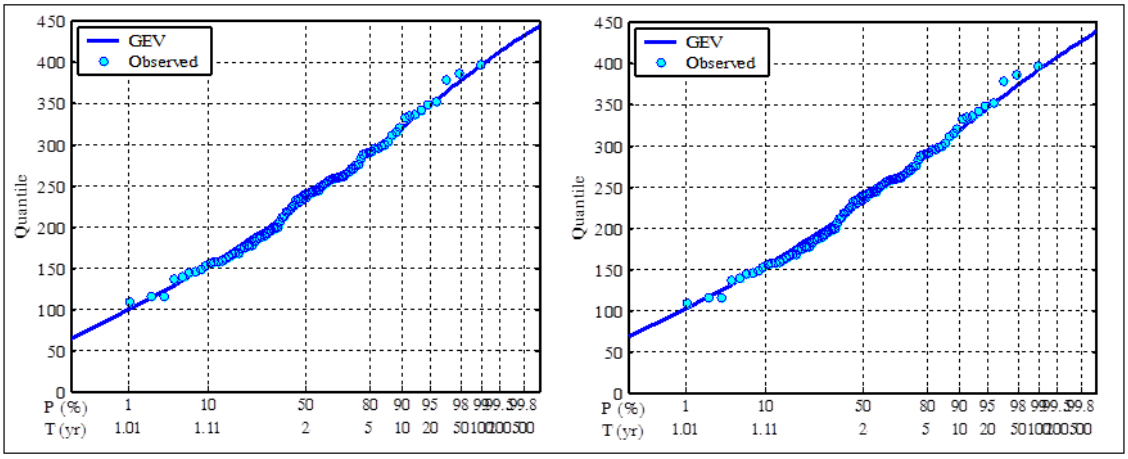
ایستگاه	توزیع مناسب
اصفهان	لوگ نرمال سه پارامتری
بوشهر	لجستیک تعمیم یافته
تهران	مقادیر حدی تعمیم یافته
جاسک	پیرسون (۳)
مشهد	مقادیر حدی تعمیم یافته



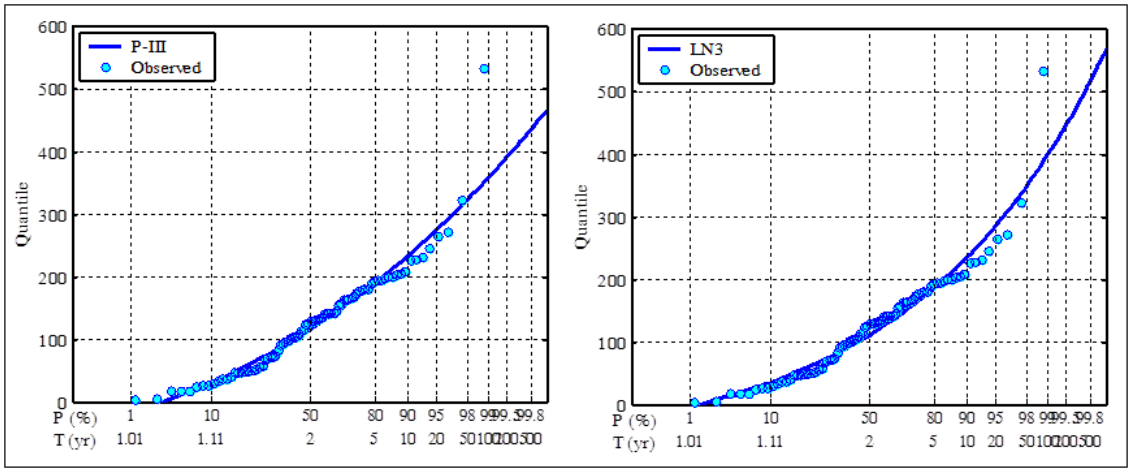
شکل ۱- مقادیر مشاهده شده بارندگی‌های سالانه اصفهان (میلی‌متر) طی ۹۸ سال دوره آماری، راست: با روش برآورد حداکثر درست‌نمایی براساس توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته، چپ: با روش برآورد گشتاور خطی براساس توزیع لوگ نرمال سه پارامتری



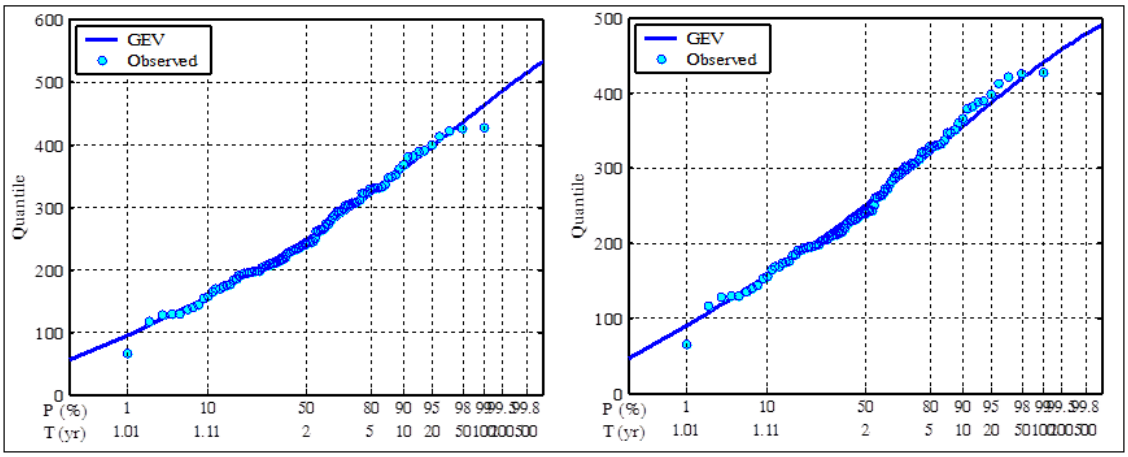
شکل ۲- مقادیر مشاهده شده بارندگی‌های سالانه بوشهر (میلی‌متر) طی ۱۱۳ سال دوره آماری، راست: با روش برآورد حداکثر درست‌نمایی براساس توزیع پیرسون (۳)، چپ: با روش برآورد گشتاور خطی براساس توزیع لجستیک تعمیم یافته



شکل ۳- مقادیر مشاهده شده بارندگی‌های سالانه تهران (میلی‌متر) طی ۹۴ سال دوره آماری، راست: با روش برآورد حداکثر درست‌نمایی براساس توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته، چپ: با روش برآورد گشتاور خطی براساس توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته



شکل ۴- مقادیر مشاهده شده بارندگی‌های سالانه جاسک (میلی‌متر) طی۸۴ سال دوره آماری، راست: با روش برآورد حداکثر درست‌نمایی براساس توزیع لوگ نرمال (۳) پارامتری، چپ: با روش برآورد گشتاور خطی براساس توزیع پیرسون (۳)



شکل ۵- مقادیر مشاهده شده بارندگی‌های سالانه مشهد (میلی متر) طی ۹۸ سال دوره آماری، راست: با روش برآورد حداکثر درست‌نمایی براساس توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته، چپ: با روش برآورد گشتاور خطی براساس توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته

جدول ۷- مقادیرمتوسط و متوسط مربع انحراف نسبی با روش حداکثردرست نمایی بر بارندگی‌های سالانه

ایستگاه	تابع توزیع احتمال	متوسط انحراف نسبی	متوسط مربع انحراف نسبی
اصفهان	مقادیر حدی تعمیم یافته	۳ /۳	۱۴ /۹۸
بوشهر	پیرسون (۳)	۳ /۸۴	۴۱ /۷
تهران	مقادیر حدی تعمیم یافته	۱ /۷۴	۴ /۲۴
جاسک	لوگ نرمال (۳) پارامتری	۱۲/۸	۲۰۶/۲
مشهد	مقادیر حدی تعمیم یافته	۲ /۶۲	۸/۵۵

جدول ۸- مقادیر متوسط و متوسط مربع انحراف نسبی با روش گشتاور خطی بر بارندگی‌های سالانه

ایستگاه	تابع توزیع احتمال	متوسط انحراف نسبی	متوسط مربع انحراف نسبی
اصفهان	لوگ نرمال (۳) پارامتری	۳ /۲۷	۱۵ /۱۳
بوشهر	لجستیک تعمیم یافته	۳ /۲۵	۲۶ /۱۵
تهران	مقادیر حدی تعمیم یافته	۱ /۴۵	۳ /۴۷
جاسک	پیرسون (۳)	۹ /۶۵	۱۱۹ /۱۳
مشهد	مقادیر حدی تعمیم یافته	۲/ ۴۲	۷ /۴۲

در جدول ۹ مقادیر متوسط انحراف نسبی و متوسط مربع انحراف نسبی حاصل از برازش داده‌های بارندگی سالانه با روش توابع هسته براساس تحقیق حقیقت‌جو (۱۳۸۷)، آورده شده است.

جدول ۹- مقادیر متوسط و متوسط مربع انحراف نسبی حاصل با روش توابع هسته بر بارندگی‌های سالانه

ایستگاه	هسته مستطیلی	هسته مثلثی	هسته نرمال	هسته لوگ نرمال
اصفهان	۱/۶۴	۱/۳۳	۲/۰۰	۱/۷۴
	۶ /۵۸	۵ /۶۸	۱۰/۷۸	۶/۸۸
بوشهر	۲/۷۱	۲/۲۹	۲/۵۵	۲/۴۰
	۳۳/۰۱	۳۶/۹۲	۱۹/۸۱	۱۳/۱۰
تهران	۱/۲۵	۰/۹۲	۱/۳۳	۱/۳۱
	۳/۰۲	۲/۳۸	۳/۰۹	۳/۱۴
جاسک	۷/۱۷	۴/۶۵	۱۴/۸۵	۴/۵۹
	۹۸۴/۱۹	۱۷۷/۵۴	۶۶/۳۹	۵۲/۴۴
مشهد	۱/۳۵	۱/۱۴	۱/۵۴	۱/۲۸
	۱۲/۱۰	۹ /۴۶	۱۱/۶۰	۳/۶۸

در جدول ۱۰ تعداد سال‌های آماری که می‌تواند معرف کل طول دوره آماری باشد و از آن برای تحلیل فراوانی بارندگی استفاده کرد، آورده شده است. اساس انتخاب مقادیر P-VALUE به‌دست آمده در سطح اعتماد ۹۵ درصد است. بر این اساس آمار ۱۵ سال اخیر ایستگاه‌های اصفهان، تهران، جاسک و مشهد و آمار ۳۰ سال اخیر بوشهر معرف کل دوره آماری برای ایستگاه‌ها می‌باشند.

از بین ۱۳ توزیع پارامتری، توزیع منفردی را نمی‌توان به تمام بارندگی‌های ماهانه و سالانه برازش داد، ولی در این مقاله تنها یکی از بهترین توابع برازش یافته به داده‌های بارندگی ماهانه و سالانه عنوان شده و شکل‌های آن‌ها نیز آورده

شده است. حقیقت‌جو (۱۳۸۷) روش‌های غیر پارامتری برای تحلیل فراوانی پنج ایستگاه درازمدت ایران انجام داده‌اند و نتایج آن‌را با روش گشتاور معمولی مقایسه کرده‌اند. ایشان روش‌های غیر پارامتری سری فوریه را برازش بسیار خوبی بر بارندگی سالانه ایستگاه‌های اصفهان، بوشهر، تهران و مشهد بیان می‌کند و هم‌چنین روش هسته با تابع لوگ‌نرمال بهترین روش برای بارندگی سالانه جاسک بیان می‌کند. اما توزیع‌های برازش داده شده با روش گشتاور خطی برای تمام ایستگاه‌ها بهترین برازش را در مقایسه با روش‌های حداکثر درست‌نمایی و گشتاور معمولی دارد، زیرا مقادیر متوسط انحراف نسبی و متوسط مربع انحراف نسبی کم‌تری دارد.

جدول ۱۰- تعداد سال‌های آماری انتخاب شده بارندگی سالانه ایستگاه‌ها

ایستگاه	P-VALUE	نوع نمونه انتخاب شده (سال)
اصفهان	۰/۰۷۲۷	۱۵
بوشهر	۰/۸۲۶۵	۳۰
تهران	۰/۳۷۵۲	۱۵
جاسک	۰/۱۲۷۶	۱۵
مشهد	۰/۱۹۷۳	۱۵

روش گشتاور خطی در مقایسه با روش‌های غیر پارامتری توابع هسته، برای بارندگی سالانه بوشهر، مقدار متوسط مربع انحراف نسبی کم‌تری نسبت به روش هسته مستطیلی و مثلثی داشته و بنابراین برازش بهتری دارد. برای بارندگی‌های سالانه مشهد و جاسک، روش گشتاور خطی برازش بهتری نسبت به روش غیر پارامتری هسته مستطیلی، مثلثی و نرمال دارد. اما تابع هسته لوگ نرمال در مقایسه با روش‌های گشتاور خطی و حداکثر درست‌نمایی کم‌ترین مقدار متوسط مربع انحراف نسبی دارد، بنابراین بهترین برازش را دارا می‌باشد.

روش گشتاور خطی در مقایسه با روش حداکثر درست‌نمایی بهترین برازش را به تمام بارندگی‌های ماهانه ایستگاه‌ها دارد، زیرا مقادیر متوسط مربع انحراف نسبی‌کم‌تری دارد. اندازه نمونه‌های بارندگی سالانه در نظرگرفته شده نشان می‌دهند که ایستگاه‌های اصفهان، تهران، جاسک و مشهد به‌طوری که فقط ۱۵ سال اخیر آن‌ها و ایستگاه بوشهر ۳۰ سال اخیر آن به‌منظور تحلیل فراوانی در نظر گرفته شود، نیز صادق می‌باشد. بنابراین شاید بتوان این روش را به سایر ایستگاه‌های کشور تعمیم داد.

بیش‌ترین توابع برازش یافته به بارندگی‌های سالانه، توابع سه‌پارامتری نظیر مقادیر حدی تعمیم یافته، لجستیک تعمیم یافته، لوگ نرمال سه پارامتری و پیرسون نوع سه می‌باشند. در مورد بارندگی‌های ماهانه نیز توابع گامای دو پارامتری، لجستیک تعمیم یافته، مقادیر حدی تعمیم یافته و نمایی بیش‌ترین برازش را به داده‌ها دارند.

با انجام این پژوهش معلوم شده است که برای تحلیل فراوانی بارندگی بهتر است، از روش گشتاورخطی استفاده شود. زیرا بهترین برازش را به داده‌ها داشته و محاسبات آن نسبت به‌روش غیر پارامتری هسته ساده می‌باشد. هم‌چنین پیشنهاد می‌شود، این پژوهش برای پارامترهای دیگر نظیر سیلاب، خشک‌سالی و دیگر پارامترهای هواشناسی نظیر دما، باد و غیره تکرار شود و نتایج ارزیابی شود.

منابع مورد استفاده

۱. اسلامیان، س. و س. سلطانی کوپائی. ۱۳۸۱. تحلیل فراوانی سیل. ترجمه، نوشته راماچاندرا، آ. و ح.ح. خالد، انتشارات ارکان.

۲. اسلامیان، س.، س. سلطانی و ع. زارعی. ۱۳۸۴. کاربرد روش‌های آماری در علوم زیست محیطی. انتشارات ارکان.

۳. حقیقت‌جو، پ. ۱۳۸۷. ارزیابی مقایسه‌ای روش‌های پارامتری و غیر پارامتری برای تحلیل فراوانی ریزش‌های جوی. پایان‌نامه دکترای تخصصی، گروه مهندسی علوم آب، دانشگاه شهید چمران اهواز.

۴. فیضی، ح.، س. اسلامیان. ۱۳۸۴. مقایسه روش‌های ایستگاهی و منطقه‌ای گشتاورهای خطی در برآورد بارندگی‌های حداکثر ماهانه حوضه زاینده رود. فصل‌نامه آب و فاضلاب اصفهان. ۱۶(۵۴): ۶۴-۵۴.

5. Ahmad, M., C.D. Sinclair and A. Werrity. 1988. Log-Logistic flood frequency analysis. Journal of Hydraulics, 98: 205-224.
6. Faucher, D., P.S. Rasmussen and B. Bobee. 2001. A disttribution function based on bandwidth selection method for kernel quantile estimation. Journal of Hydrology, 250(1): 1-11.
7. Gingras, D., K. Adamowski. 1992. Coupling of nonparametric frequency and L-momoent analysis for mixed distribution identification. Water Resource Bulletin, 28(2): 263-272.
8. Gingras, D., K. Adamowski and P.J. Pilon. 1994. Regional flood equations for the provinces of Ontario and Quebec. Water Resource Bulletin, 30(1): 55-67.
9. Hosking, J.R.M. 1986. The theory of probability weighted moments. Res. Rep. RC 12210, IBM Research Division, Yorktown Heights, NY, 10598.
10. Lall, U., Y.I. Moon and K. Bosworth. 1993. A comparison of tail probability estimstion for flood frequency analysis. Water Resource Research, 30(11): 3095-3103.
11. Lanwehr, J.M., N.C. Matalas and J.R. Wallis. 1979. Probability weighted moments compared with some traditional techniques in estimating Gumbel parameters and quantiles. Water Resources Research, 15(5): 1055-1064.

A comparative evaluation of L-moment method with maximum likelihood parametric method and kernel functions of nonparametric methods in five Iranian stations

Seyed saeed Eslamian[1]**,** Associate Professor, Faculty of Agriculture, Isfahan University of Technology, Iran
Farshad Fathian, MSc Student, Faculty of Agriculture, Tarbiat Modares University, Iran
Hadi Hasanzadeh, MSc Student, Faculty of Agriculture, Isfahan University of Technology, Iran

Received: 11 September 2011 Accepted: 06 March 2012

Abstract

There are two parametric and nonparametric approaches for frequency analysis of hydrological data. Current methods of frequency analysis are based on the parametric methods. Moments, maximum likelihood and probability weighted moments are from various parametric methods for frequency analysis. In this research, maximum likelihood and L-moment methods are used for precipitation frequency analysis. L-moment is a new method for frequency analysis and one of the specific kinds of probability weighted moments. The results of frequency analysis with L-moment are compared with maximum likelihood method and kernel functions of nonparametric methods of normal, log-normal, rectangular and triangular kernel function. In this research, monthly and annual precipitations are fitted to thirteen distribution functions such as Logistic, Generalized Extreme Value and etc. with estimation of L-moment and maximum likelihood methods. The results showed that L-moment parametric method is best fitted to monthly and annual data due to mean relative deviation and mean square relative deviation goodness of fit tests compared to maximum likelihood parametric method. The L-moment parametric method is also best fitted to Boushehr, Jask and Mashhad annual data due to mean relative deviation and mean square relative deviation goodness of fit tests compared to kernel nonparametric methods with rectangular, triangular and normal functions. Therefore, L-moment method is a suitable method for frequency analysis of other hydrological parameters such as flood and drought for planning of water resource management and hydrological analysis.

Key words: Kernel function, Logistic, Moments, Precipitation, Weighted moment

[1] Corresponding author: prof.eslamian@gmail.com